

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МУРМАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «МГТУ»)

**Методические указания  
по самостоятельной работе студентов**

**Теоретическая механика**  
(для всех специальностей и форм обучения)

Разработчик

Каиров Т.В., ст. преподаватель

## Оглавление

1. Общие организационно-методические указания .....	3
2. Наименование тем и содержание самостоятельной работы .....	4
3. Список рекомендуемой литературы .....	6
4. Методические указания к изучению тем дисциплины .....	7

## **1. Общие организационно-методические указания**

1.1. Самостоятельная работа проводится вне сетки расписания студентами самостоятельно на базе имеющегося библиотечного фонда и доступных электронных ресурсов на сайте МГТУ [www.mstu.edu.ru](http://www.mstu.edu.ru)

1.2. Целями самостоятельной работы являются: углубление практических навыков по изучаемым в сетке расписания вопросам и самостоятельное изучение ряда теоретических и практических вопросов, не изучавшихся на занятиях в сетке расписания.

1.3. Самостоятельная работа является неотъемлемой частью изучения дисциплины, так как общий объём её изучения в часах определяется с учётом объёма самостоятельной работы.

1.4. Важнейшим фактором успешного и эффективного проведения самостоятельной работы является её систематический и планомерный характер в соответствии с тематическим планом.

1.5. Настоящие методические указания предназначены для руководства в проведении самостоятельной работы и для оценки степени её эффективности.

1.6. В настоящих указаниях представлены темы, изучаемые студентами в процессе аудиторных занятий, а также некоторые дополнительные вопросы для более глубокого изучения дисциплины.

1.7. Дополнительные методические указания и разъяснения по конкретным вопросам могут быть получены непосредственно у преподавателя в часы индивидуальных вечерних консультаций.

## 2. Наименование тем и содержание самостоятельной работы

1. Кинематика. Предмет кинематики. Векторный способ задания движения точки. Естественный способ задания движения точки Траектория точки. Определение скорости и ускорения точки при различных способах задания движения.
2. Скорость и ускорение точек тела при его поступательном движении. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Угловая скорость и угловое ускорение. Определение скоростей и ускорений точек вращающегося тела
3. Плоское движение твердого тела и движение плоской фигуры в ее плоскости. Определение скоростей точек плоской фигуры (формула Эйлера). Теорема о проекциях скоростей двух точек тела на прямую, соединяющую эти точки. Мгновенный центр скоростей (МЦС) и определение его положения. Определение скорости любой точки плоской фигуры с помощью МЦС. Определение ускорений точек плоской фигуры.
4. Движение твердого тела вокруг неподвижной точки; общий случай движения свободного твердого тела. Уравнения движения. Определение скоростей и ускорений точек тела.
5. Абсолютное и относительное движение точки; сложное движение твердого тела. Теорема о сложении скоростей. Теорема Кориолиса о сложении ускорений. Ускорение Кориолиса и его вычисление.
6. Элементы статики. Основные понятия и аксиомы статики. Связи и реакции связей. Система сил. Условия равновесия тела при действии на него сходящейся системы сил. Теорема о трех непараллельных силах.
7. Момент силы. Пара сил. Момент пары. Приведение произвольной системы сил к данному центру. Аналитические условия равновесия произвольной системы сил. Теорема Вариньона. Условия равновесия плоской и пространственной системы сил.
8. Трение скольжения. Трение качения. Равновесие при наличии сил трения. Центр тяжести твердого тела и его координаты.
9. Динамика. Предмет динамики. Законы механики Галилея-Ньютона. Прямая и обратная задачи динамики. Дифференциальные уравнения поступательного движения твердого тела. Относительное движение материальной точки.

10. Количество движения материальной точки. Импульс силы. Теорема об изменении количества движения точки. Момент количества движения материальной точки относительно центра и оси. Теорема об изменении момента количества движения точки.
11. Работа силы. Мощность. Кинетическая энергия материальной точки. Теорема об изменении кинетической энергии точки. Потенциальное силовое поле, силовая функция. Потенциальная энергия.
12. Свободные прямолинейные колебания материальной точки. Амплитуда, частота, фаза собственных колебаний. Затухающие колебания. Декремент колебаний. Вынужденные колебания. Влияние сопротивления.
13. Механическая система. Масса механической системы. Центр масс механической системы. Дифференциальные уравнения движения механической системы. Моменты инерции системы и твердого тела. Теорема Гюйгенса-Штейнера. Количество движения механической системы. Теорема об изменении количества движения системы.
14. Главный момент количеств движения системы. Теорема об изменении главного момента количеств движения системы. Кинетическая энергия системы. Теорема об изменении кинетической энергии системы. Полная механическая энергия системы. Движение твердого тела вокруг неподвижной точки.
15. Принцип Даламбера для материальной точки и для системы материальных точек. Связи и их уравнения; принцип возможных перемещений. Общее уравнение динамики. Обобщенные координаты системы. Дифференциальные уравнения движения механической системы в обобщенных координатах или уравнения Лагранжа второго рода
16. Принцип Гамильтона-Остроградского; понятие об устойчивости равновесия; малые свободные колебания механической системы с двумя степенями свободы и их свойства, собственные частоты и коэффициенты формы.

### 3. Список рекомендуемой литературы

1. Тарг, С. М. Краткий курс теоретической механики : учебник для вузов / С. М. Тарг. - Изд. 16-е, стер. ; 14-е изд., стер. ; 13-е изд., стер. - Москва : Высш. шк., 2006, 2004, 2003. - 416 с.
2. Попов, М. В. Теоретическая механика : Краткий курс : учебник для вузов / М. В. Попов. - Москва : Наука, 1986. - 336 с.
3. Мещерский И.В. Задачи по теоретической механике : учеб. пособие для вузов / И. В. Мещерский; под ред. В. А. Пальмова, Д. Р. Меркина. - Изд. 49-е, стер. - Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2008. - 447, [1] с.
4. Диевский, В. А. Теоретическая механика : учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений, обучающихся по направлению подгот. "Прикладная механика" / В. А. Диевский. - Изд. 4-е, испр. и доп. - Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2016. - 329 с.
5. Диевский, В. А. Теоретическая механика. Сборник заданий : учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений. обучающихся по направлению подгот. "Прикладная механика" / В. А. Диевский, И. А. Малышева. - Изд. 3-е, испр. - Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2016. - 190, [1] с.
6. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике : учеб. пособие для вузов / А. А. Яблонский, С. С. Норейко, С. А. Вольфсон и др. ; под общ. ред. А. А. Яблонского. - 11-е изд., стер. ; 10-е изд., стер. - Москва : Интеграл-Пресс, 2004, 2003. - 382 с.
7. Яблонский, А. А. Курс теоретической механики: Статика. Кинематика. Динамика : учебник для вузов / А. А. Яблонский, В. М. Никифорова. - 8-е изд., стер. ; 9-е изд., стер. - Москва : Лань, 2004, 2002, 2001. - 768 с.
8. Бутенин, Н. В. Курс теоретической механики : учеб. пособие для вузов. В 2 т. / Н. В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин. - Изд. 11-е, стер. - Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2009. - 729 с.
9. Сборник коротких задач по теоретической механике : учеб. пособие для вузов / [О. Э. Кепе и др.] ; под ред. О. Э. Кепе. - Изд. 2-е, стер. - Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2009, 2008. - 367, [1] с.

#### 4. Методические указания к изучению тем дисциплины

1. Кинематика точки, способы задания движения точки. Следует различать три способа задания движения точки: векторный, координатный (в декартовых координатах), естественный (в осях естественного трехгранника). Необходимо научиться определять скорости и ускорения точки при различных способах задания движения. ([1] стр. 95-114, [2] стр. 11-29, [3] стр. 98-115).

Контрольные вопросы: Что изучает кинематика? Назовите способы задания движения точки. Чем отличаются касательное и нормальное ускорения? Напишите формулы их вычисления. Назовите частные случаи движения точки. Как найти скорость и ускорение в каждом случае? Как связаны между собой различные способы задания движения точки?

2. Поступательное движение твердого тела, вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Уяснить понятия об абсолютно твердом теле. Выявить связь между уравнением вращательного движения, угловой скоростью и угловым ускорением тела. Необходимо научиться находить скорости и ускорения точек вращающегося тела. ([1] стр. 117-126, [2] стр. 29-43, [3] стр. 115-124).

Контрольные вопросы: Дайте определение вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси. Приведите примеры. Как найти скорость и ускорение точки вращающегося тела? Назовите частные случаи вращательного движения твердого тела. Как найти угловые скорости и ускорения в каждом случае? Как найти скорость и ускорение точки вращающегося тела в виде векторных произведений?

3. Плоское движение твердого тела. Необходимо научиться определению скоростей и ускорений точек плоской фигуры с помощью формулы Эйлера и теоремы о проекциях скоростей двух точек твердого тела на прямую, соединяющую эти точки. Уделить особое внимание нахождению мгновенного центра скоростей ([1] стр. 127-147, [2] стр. 45-71, [3] стр. 124-150).

Контрольные вопросы: Дайте определение плоского движения твердого тела. Что называют мгновенным центром скоростей? Запишите формулу, выражающую теорему о проекциях скоростей. Запишите формулу Эйлера для нахождения скорости точки. Расскажите о частных случаях нахождения мгновенного центра скоростей. Запишите формулу Эйлера для нахождения ускорения точки. Запишите свойства мгновенного центра скоростей.

4. Движение твердого тела вокруг неподвижной точки. Ознакомиться с

понятием мгновенной угловой скорости, мгновенной оси вращения. Научится определять скорости и ускорения точек тела. Общий случай движения свободного твердого тела. Уметь записывать уравнения движения, определять скорости и ускорения точек тела. ([1] стр. 147-155, [3] стр. 150-162)

Контрольные вопросы: Дайте определение движения твердого тела вокруг неподвижной точки. Что называют углами Эйлера? Что называют мгновенной осью вращения? Как определяется скорость точек тела? Как определяется ускорение точек тела (вращательное и осестремительное)? Запишите уравнения движения свободного твердого тела. Как определяются скорости и ускорения в этом случае?

5. Сложное движение точки. Необходимо научиться различать относительное, переносное и абсолютное движение точки и научиться находить соответствующие скорости. Уделить особое внимание теореме Кориолиса. Сложное движение твердого тела. Рассмотреть сложение вращений вокруг двух параллельных осей, сложение вращений вокруг пересекающихся осей, винтовое движение. Обратить внимание на нахождение угловых скоростей в вышеуказанных случаях. ([1] стр. 155-180, [3] стр. 162-210).

Контрольные вопросы: Дайте понятие абсолютного, относительного и переносного движений точки? Что называют абсолютной скоростью точки? Дайте определение относительной скорости точки. Что называется переносной скоростью точки? Запишите теорему Кориолиса? В каких случаях кориолисово ускорение равно нулю? Как найти ускорение Кориолиса? Что называют сложным движением твердого тела? Как найдется скорость при двух поступательных движениях? Как найдется абсолютная угловая скорость при двух вращательных движениях, если вращения в одну сторону? Как найдется абсолютная угловая скорость при двух вращательных движениях, если вращения в разные стороны? Что называется парой вращений? Как найдется абсолютная угловая скорость при двух вращательных движениях вокруг пересекающихся осей? Что называют винтовым движением? Что называют шагом винта? Как найдется скорость точки при движении по винтовой линии?

6. Аксиомы статики, связи и их реакции. Необходимо научиться геометрическому и аналитическому способам сложения сил. Сходящаяся система сил, ее приведение к равнодействующей. Усвоить понятия проекции силы на ось и на плоскость. Не путать понятия связи и реакции связей. ([1] стр. 9-31, [3] стр. 10-24).

Контрольные вопросы: Что называют абсолютно твердым телом? Что называют свободным телом? Дайте определение связи. Что называют реакцией

связи? Сформулируйте принцип освобождаемости от связей. Приведите примеры освобождения от связей. Что называют сходящейся системой сил? Что называют равнодействующей? Запишите условие равновесия сходящейся системы сил.

7. Момент силы относительно точки. Пара сил. Момент пары, ее свойства. Аналитические условия равновесия. Обратит внимание на теорему Вариньона о моменте равнодействующей и теорему о параллельном переносе силы. Необходимо ознакомиться с планом решения задач статики. Обратит особое внимание на основную теорему статики и ее применения для упрощения систем сил. Плоская система сил. Алгебраический момент силы. Алгебраический момент пары сил. Условия равновесия плоской системы сил. Момент силы относительно оси. Пространственная система сил, условия равновесия. Обратит внимание на правило знаков. ([1] стр. 31-56, 72-86, [3] стр. 34-57, 69-92).

Контрольные вопросы: Дайте определение момента силы относительно точки. Когда момент силы относительно точки равен нулю? Что называют парой сил? Назовите свойства пары сил. Дайте определение момента пары сил. Запишите условия равновесия произвольной системы сил. Сформулируйте теорему Вариньона. Дайте определение плоской системы сил. Что называют алгебраическим моментом силы? Что называют алгебраическим моментом пары сил? Запишите условия равновесия плоской системы сил. Дайте определение пространственной системы сил. Что называют моментом силы относительно оси? Запишите геометрическое и аналитическое условие равновесия произвольной пространственной системы сил.

8. Трение скольжения. Трение качения. Равновесие при наличии сил трения. Центр тяжести тела. Способы определения положения центров тяжести тела. Обратит внимание на различие статического и динамического коэффициента трения. Усвоить понятия предельной силы трения, предельного равновесия, реальной связи, угла трения, трения качения, коэффициента трения качения. ([1] стр. 64-72, 86-93, [3] стр. 57-69, 92-98).

Контрольные вопросы: Что называют трением скольжения? Что называют статическим коэффициентом трения? Что называют динамическим коэффициентом трения? Как находится реакция реальной связи? Что называют углом трения? Что называют трением качения? Равновесие с учетом сил трения. Что называют центром тяжести? Как вычисляются координаты центра тяжести?

9. Основные законы динамики. Понятие об инерционной системе отсчета. Обратит внимание на то, что первый и второй законы Ньютона справедливы только в инерциальных системах отсчета. Уяснить физический смысл понятия «масса». Дифференциальные уравнения движения материальной точки и их интегрирование для случаев действия одной силы зависящей от времени или от скорости, или от положения точки. Влияние начальных условий. Научитесь составлять и решать дифференциальные уравнения движения материальной точки в декартовых координатах и в проекциях на оси естественного трехгранника. Выяснить роль начальных условий Относительное движение материальной точки ([1] стр. 180-201, 223-227, [3] стр. 210 – 229).

Контрольные вопросы: Сформулируйте закон инерции. Дайте понятие об инерциальной системе отсчета. Запишите основной закон динамики. Сформулируйте принцип независимости действия сил. Запишите дифференциальные уравнения движения материальной точки в декартовой системе координат. Запишите дифференциальные уравнения движения материальной точки в проекциях на оси естественной системы координат. В чем заключается прямая и обратная задачи динамики точки? Что такое начальные условия? Какова их роль при решении обратной задачи динамики материальной точки? Сформулируйте принцип относительности Галилея. Каков физический смысл понятия «масса». Запишите дифференциальное уравнение движения материальной точки в декартовых координатах. Запишите дифференциальное уравнение движения материальной точки в проекциях на оси естественного трехгранника.

10. Количество движения материальной точки. Импульс силы. Теорема об изменении количества движения точки. Момент количества движения материальной точки относительно центра и оси. Теорема об изменении момента количества движения точки. ([1] стр. 201 – 206, [3] стр. 214 – 218)

Контрольные вопросы: Что называют импульсом силы? Что называют количеством движения точки? Дайте определение момента количества движения материальной точки относительно неподвижного центра, относительно неподвижной оси. Запишите теорему об изменении количества движения точки. Запишите теорему об изменении момента количества движения точки.

11 Кинетическая энергия материальной точки. Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки. Работа силы. Вычисление работы силы в простейших случаях. Необходимо научиться определять работу постоянной силы, работу сила тяжести, работу силы упругости, работу

постоянного и переменного момента, приложенного к телу, вращающемуся вокруг неподвижной оси, работу силы трения. Знать, для каких систем сумма работ внутренних сил равна нулю и уметь использовать это при решении задач. Иметь понятие о мощности силы и ее вычислении. ([1] стр. 201 – 219, [3] стр. 229 – 241).

Контрольные вопросы: Как найти кинетическую энергию материальной точки? Как найти элементарную работу силы? Приведите примеры вычисления работ: постоянной по модулю и направлению силы, силы трения, нормальной реакции поверхности, силы тяжести, силы упругости, пары сил. Как изменится формула записи теоремы для неизменяемой механической системы?

12. Колебания материальной точки. Обратить внимание на условия, при соблюдении которых движение точки будет иметь колебательный характер. Свободные колебания, основные параметры колебательного процесса, период, частота, фаза, амплитуда. Влияние сопротивления на свободные колебания. Вынужденные колебания без учета сил сопротивления. Резонанс. Четко различать условия возникновения резонанса и в чем он проявляется ([1] стр. 232 – 250, [2] стр. 124 – 144, [3] стр. 251 - 280).

Контрольные вопросы: Какое движение точки называется колебательным? При выполнении каких условий точка будет совершать колебательное движение? Какие колебания называются свободными? Какие параметры характеризуют процесс свободных колебаний в целом? Нарисуйте примерный вид процесса затухающих колебаний? Какие параметры характеризуют затухание колебаний? Как влияют силы сопротивления на параметры колебательного процесса? Какие колебания называются вынужденными? В чем заключается явление резонанса? При каких условиях наступает резонанс?

13. Механическая система. Дифференциальные уравнения движения системы материальных точек. Центр масс. Теорема о движении центра масс системы материальных точек. При изучении этой теоремы нельзя путать формулировку этой теоремы, выражающую ее физический смысл и словесную формулировку математического уравнения, выражающего эту теорему. Физический смысл момента инерции. Вычисление моментов инерции тел в простейших случаях. Радиус инерции тела. Дифференциальное уравнение вращательного движения твердого тела. ([1] стр.263 – 277, [3] стр. 210 – 229).

Контрольные вопросы: Дайте определение системы материальных точек. Какие силы называются внешними, какие силы называются внутренними? Каковы свойства внутренних сил? Что называют центром масс системы материальных точек? Сформулируйте и запишите теорему о движении центра

масс системы материальных точек. Что называют осевым моментом инерции? Приведите формулы вычисления моментов инерции в простейших случаях. Сформулируйте теорему Гюйгенса-Штейнера. Запишите дифференциальное уравнение вращательного движения тела. Что является мерой инертности тела при вращательном движении тела? Что называется радиусом инерции тела.

14. Теорема об изменении момента количества движения механической системы. Усвоить понятие кинетического момента материальной точки относительно центра и относительно оси (по аналогии с моментом силы). Кинетический момент твёрдого тела относительно оси вращения, как частный случай кинетического момента системы материальных точек. Обратит внимание на закон сохранения момента количества движения системы. Кинетическая энергия системы. Теорема об изменении кинетической энергии системы. Кинетическая энергия твёрдого тела при различных видах его движения. Для решения задач необходимо уметь вычислять кинетическую энергию твёрдого тела при его поступательном движении, вращении вокруг неподвижной оси и при плоско-параллельном движении. ([1] стр. 280-284, 290-298, 301 – 317; [3] стр.293-327).

Контрольные вопросы: Что такое кинетический момент относительно неподвижного центра и относительно оси? Дайте определение кинетического момента механической системы относительно точки (оси)? Запишите теорему об изменении кинетического момента механической системы относительно точки (оси). Сформулируйте закон сохранения кинетического момента механической системы в общем и частном случаях. Как вычисляется кинетический момент твёрдого тела относительно оси вращения? Как найти кинетическую энергию материальной системы материальных точек? Напишите формулы, по которым можно вычислить кинетическую энергию тела при поступательном, вращательном и плоско-параллельном его движении. Сформулируйте теорему об изменении кинетической энергии механической системы в дифференциальной и интегральной формах.

15. Принцип Даламбера. Усвоить понятие силы инерции материальной точки и к чему приводятся силы инерции материальных точек твёрдых тел при различных видах его движения (поступательное, вращательное и плоскопараллельное). Обратит внимание на формулировку принципа Даламбера для механической системы. Обратит особое внимание на определение динамических реакций вращающегося твёрдого тела. Связи и их уравнения. Принцип возможных перемещений. Общее уравнение динамики.

Обратить внимание, что возможные перемещения являются бесконечно малыми и, поэтому, совпадают по направлению с возможными скоростями, а принцип возможных перемещений позволяет решить любую задачу статики. Общее уравнение динамики вытекает из последовательного применения двух принципов: принципа Даламбера и принципа возможных перемещений. Необходимо усвоить, что каждой обобщённой координате соответствует своя обобщённая сила, а тех и других столько, сколько степеней свободы имеет система. Обобщенные координаты системы. Дифференциальные уравнения движения механической системы в обобщенных координатах или уравнения Лагранжа второго рода. ([1] стр. 344 – 87, [2] стр. 278 – 308, [3] стр. 335 – 340, 364-405).

Контрольные вопросы: Чему равна сила инерции материальной точки? К чему можно привести силы инерции точек твердого тела при различных случаях его движения: при поступательном движении, при вращении твердого тела вокруг неподвижной оси, при плоско-параллельном движении тела. Сформулируйте принцип д'Аламбера для точки, для системы материальных точек. Назовите виды связей. Какие перемещения называют возможными? Назовите отличие возможных перемещений от действительных. Что у них общего? Сформулируйте принцип возможных перемещений для механической системы с неидеальными связями. Какие связи называют идеальными? Приведите примеры. Запишите принцип возможных перемещений в аналитической форме. Запишите общее уравнение динамики. Сформулируйте общее уравнение динамики для механической системы с идеальными связями. Что называют обобщенными координатами? Обобщенной скоростью? Как вычислить обобщенную силу? Какую размерность может иметь обобщенная координата и соответствующая ей обобщенная сила?

16. Принцип Гамильтона-Остроградского. Понятие об устойчивости равновесия. Малые свободные колебания механической системы с двумя (или  $n$ ) степенями свободы и их свойства, собственные частоты и коэффициенты формы. Усвоить теорему Лагранжа – Дирихле. Обратить внимание на свойства малых колебаний системы. Уметь записывать дифференциальные уравнения малых колебаний системы с одной и двумя степенями свободы и их решения. ([1] стр. 387-396, [3] стр. 426-462).

Контрольные вопросы: Какое положение называется устойчивым? Сформулируйте теорему Лагранжа – Дирихле. Что называется обобщенным коэффициентом жесткости? Запишите дифференциальное уравнение малых колебаний системы с одной степенью свободы. Запишите решение вышеуказанного уравнения, как определяются период и частота этих

колебаний? Запишите дифференциальное уравнение малых колебаний системы с двумя степенями свободы и его решение.